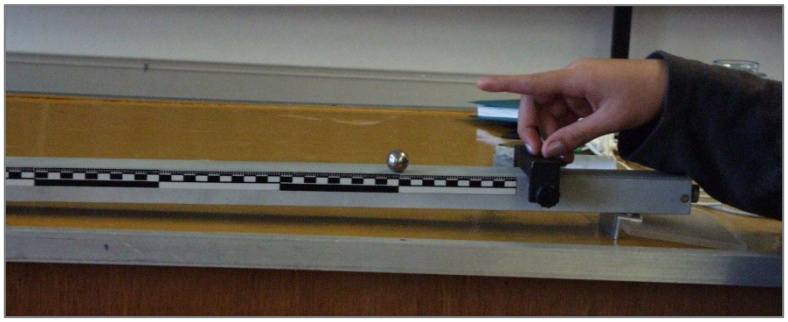
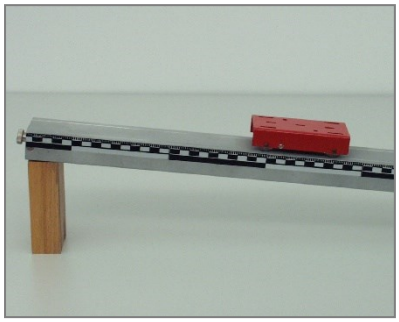
Mozgás lejtőn

Tapasztalatból tudjuk, hogy a lejtőre helyezett golyó egyre nagyobb sebességgel mozog, azaz gyorsuló mozgást végez. Az egyre gyorsabb mozgás szemmel is jól látható, de a golyó hangjának változásából is a sebesség növekedésére lehet következtetni.

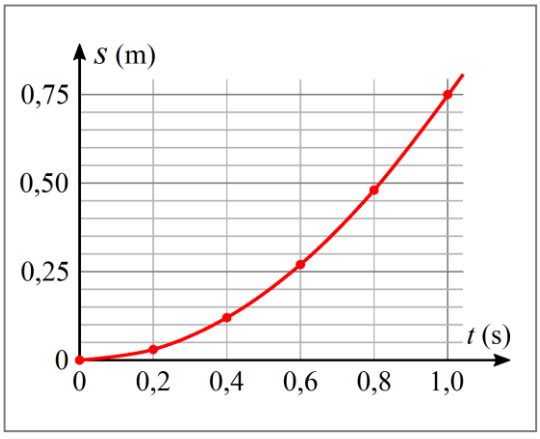




A következőkben részletesen megvizsgáljuk az egyenes lejtőn történő (akadálymentes) mozgást. Egy egyenes lejtőre könnyen mozgó kiskocsit helyeztünk, és lökés nélkül elengedtük. Miközben a kocsi végighaladt a lejtőn, különböző időpontokban *megmértük, hogy mekkora utakat tett meg*. A mérési eredményeket táblázatba foglaltuk:

t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
s (m)	0	0,03	0,12	0,27	0,48	0,75

A táblázat adatai alapján megrajzoltuk a mozgás út–idő grafikonját is. Az adatokat jelző pontok a grafikonokon most nem egy egyenes, hanem egy görbe mentén helyezkednek el, ezt a görbét is berajzoltuk. (Ez is azt támasztja alá, hogy a kiskocsi mozgása *nem lehet egyenletes mozgás*, hiszen akkor az út–idő grafikon függvénygörbéje egyenes lenne.)



Az egyenes vonalú, egyenletes mozgás című fejezetben láttuk, hogy a nagyobb sebességű mozgás út–idő grafikonján a függvénygörbe (egyenes) meredekebb. Itt megfigyelhető, hogy a görbe meredeksége folyamatosan nő, eszerint a sebesség egyre nagyobb.

Miközben a kocsi legurult a lejtőn, különböző időpontokban megmértük a pillanatnyi sebességét is. A mérési eredményeket táblázatba foglaltuk:

t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5

Ezekből a mérési adatokból is megállapítható, hogy a kiskocsi sebessége a mozgás során folyamatosan nőtt. A táblázat szomszédos oszlopaiban található adatok alapján megállapíthatjuk, hogy a 0,2 s alatt bekövetkező sebességváltozás mindig 0,3 m/s.

t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5
Δv (m/s)	-	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3

Emiatt ezeken a szakaszokon az átlaggyorsulás

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}3\ \text{m/s}}{0{,}2\ \text{s}} = 1{,}5\ \text{m/s}^2.$$

Hasonló mérésekkel igazolható, hogy az átlaggyorsulás mindig 1,5 m/s², bármely szakaszát is vizsgáljuk a mozgásnak. Ez viszont azt jelenti, hogy a lehető legrövidebb időtartamokhoz tartozó átlaggyorsulás, azaz a *pillanatnyi gyorsulás is mindig* 1,5 m/s². Eszerint mérés közben a kiskocsi mozgása *egyenletesen változó mozgás* volt.

Megismételtük a sebességméréseket egy meredekebb lejtőn is. Az ekkor kapott adatokat a következő táblázat tartalmazza:

t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
Δv (m/s)	-	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

A táblázat szomszédos oszlopaiban található adatok alapján megállapíthatjuk, hogy a 0,2 s alatt bekövetkező sebességváltozás most mindig 0,4 m/s. Emiatt ezeken a szakaszokon az átlaggyorsulás most

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}4\ \text{m/s}}{0{,}2\ \text{s}} = 2\ \text{m/s}^2.$$

Hasonló mérésekkel igazolható, hogy ennél a lejtőnél az átlaggyorsulás mindig 2 m/s², bármely szakaszát is vizsgáljuk a mozgásnak. Ez viszont azt jelenti, hogy a lehető

legrövidebb időtartamokhoz tartozó átlaggyorsulás, azaz *a pillanatnyi gyorsulás most mindig* 2 m/s^2. Eszerint a kiskocsi ezen a lejtőn is *egyenletesen változó mozgást végzett*.



Hasonlóan mozog az egyenes lejtőre helyezett golyó, az egyenes lejtőn (fékezés és hajtás nélkül) leguruló kerékpáros vagy a síugró sáncon lecsúszó síugró is. Mivel a mozgás pályája egyenes, és a gyorsulás nagysága állandó, ezért *az álló helyzetből induló, egyenes lejtőn mozgó test egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgást* végez.

Mindkét lejtőnél kiszámítottuk az egymáshoz tartozó (nullától különböző) sebesség- és időadatok hányadosát.

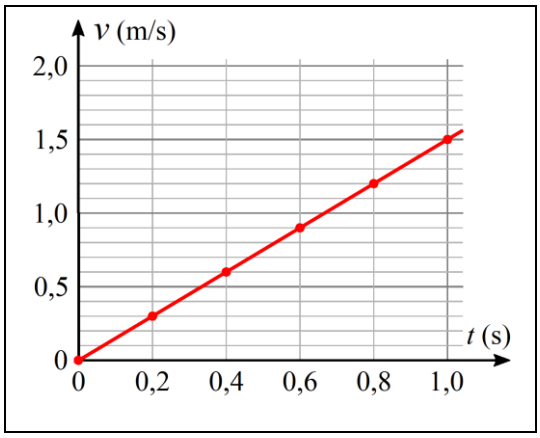
t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5
$\frac{v}{t}$ (m/s^2)	-	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

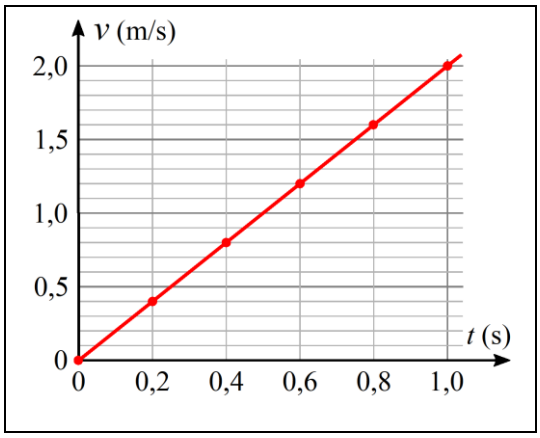
t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v (m/s)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
$\frac{v}{t}$ (m/s^2)	-	2	2	2	2	2

Eszerint az összetartozó sebesség- és időadatok hányadosa állandó ezért *az álló helyzetből induló, egyenes lejtőn akadálytalanul mozgó testnél a sebesség egyenesen arányos az idővel.* Látható, hogy a kapott hányados mindkét lejtőnél megegyezik a korábban kiszámított gyorsulással (1,5 m/s^2, illetve 2 m/s^2). Képlettel:

$$\frac{v}{t} = a. \qquad (1)$$

A táblázatok adatai alapján megrajzoltuk a két mozgás sebesség–idő grafikonját. (Rajzok a következő oldalon.) Az adatokat jelző pontok a grafikonokon egy-egy egyenes mentén helyezkednek el, ezeket az egyeneseket is berajzoltuk. Megfigyelhető, hogy a nagyobb gyorsulású mozgáshoz tartozó egyenes meredekebb.

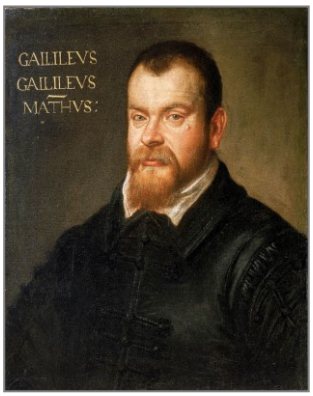




A függvénygörbék azért egyenesek, mert az álló helyzetből induló, egyenes lejtőn akadálytalanul mozgó test sebessége és az idő között egyenes arányosság van, és (a matematikából tanultakkal összhangban) az egyenes arányosságot ábrázoló grafikonon a függvénygörbe egy origón áthaladó egyenes.

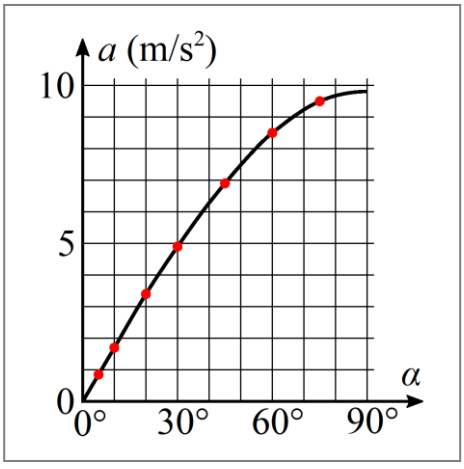
Kiegészítés

1. A lejtőn legördülő golyó mozgását kísérleti úton először Galileo *Galilei* (1564–1642) olasz matematikus, fizikus, csillagász vizsgálta.



2. Láttuk, hogy a lejtőn mozgó test gyorsulása azonos körülmények között függ a lejtő meredekségétől. A következő táblázat, illetve grafikon megadja a lejtőn akadálytalanul mozgó test gyorsulását a lejtő meredekségének függvényében.

α (fok)	a (m/s^2)
5	0,85
10	1,7
20	3,4
30	4,9
45	6,9
60	8,5
75	9,5



A táblázat adataiból, illetve az adatok alapján elkészített gyorsulás–hajlásszög grafikon függvénygörbéjéből is megállapítható, hogy a két mennyiség közti kapcsolat *nem egyenes arányosság.* (A pontos összefüggésről és annak magyarázatáról a 9–12. évfolyamos részben, az *Egyszerű gépek: A lejtő* című fejezetben lesz szó.)

3. Az egyenes lejtőn mozgó test út–idő grafikonját alkotó függvénygörbe neve *parabola*. A parabola fogalma a középiskolai matematika és fizika tananyagban később többször is előfordul majd.

4. Az (1) összefüggés nem véletlen egyezés eredménye, hanem levezetéssel is igazolható: A mozgás bármely 0 … t közti szakaszára felírva az átlagsebességet

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - 0}{t - 0} = \frac{v}{t} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{v}{t} = \bar{a}.$$

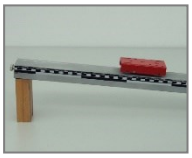
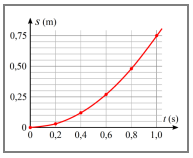
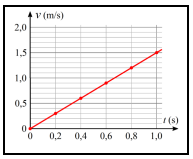
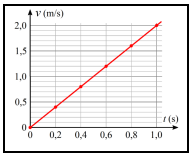
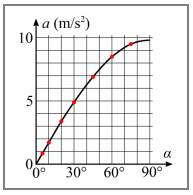
Tudjuk azonban, hogy az egyenes lejtőn akadálytalanul mozgó test átlaggyorsulása és pillanatnyi gyorsulása ugyanakkora ($\bar{a} = a$), emiatt

$$\frac{v}{t} = a.$$

Ez pedig éppen az igazolni kívánt (1) összefüggés.

5. A lejtőn történő mozgásról további információk találhatók a 9–12. évfolyamos részben, a *Mozgás lejtőn* című fejezetben.

Képek jegyzéke

	**Lejtőn legördülő golyó** © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0385.jpg *Animáció a golyó mozgásáról készült fényképekből:* © https://www.fizkapu.hu/animator/_lejto.html
	**Kiskocsi mozgása lejtőn** © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0007.jpg
	**Lejtőn legördülő kiskocsi út–idő grafikonja** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a036.svg
	**Síugró lecsúszása a síugró sánc lejtőjén** W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2020-01-19_Ski_jumping_at_the_2020_Winter_Youth_Olympics_%E2%80%93_Men%27s_Individual_%E2%80%93_1st_Round_(Martin_Rulsch)_127.jpg
	**Lejtőn legördülő kiskocsi sebesség–idő grafikonja (1.)** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a037.svg
	**Lejtőn legördülő kiskocsi sebesség–idő grafikonja (2.)** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a038.svg
	**Galilei arcképe** W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Galileo_Galilei_2.jpg
	**A lejtőn mozgó test gyorsulásának függése a lejtő hajlásszögétől** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0072.svg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.