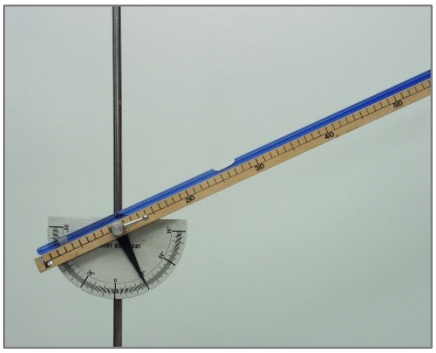
Az egyenes vonalú, egyenletes mozgás

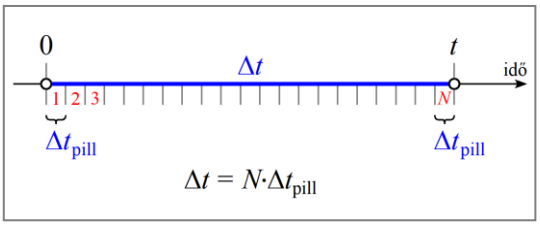
Az előző fejezetből tudjuk, hogy ha a pontszerű test állandó nagyságú sebességgel mozog, akkor mozgását egyenletes mozgásnak nevezzük. Ha az egyenletesen mozgó test pályája egyenes, akkor a mozgást *egyenes vonalú, egyenletes mozgásnak* nevezzük. Egyenes vonalú, egyenletes a mozgása például a liftnek (az indulást és megállást nem számítva), az egyenes pályán haladó játék mozdonynak, vagy a *Mikola-csőben* haladó buboréknak.





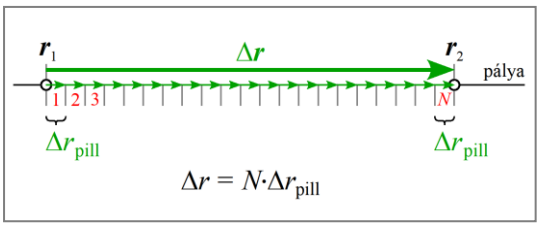


A következőkben meghatározzuk, hogy az egyenes vonalú, egyenletes mozgást végző, v sebességű testnél milyen kapcsolat van az elmozdulás nagysága (Δr) és az időtartam (Δt) között. Ehhez először osszuk fel ezt a vizsgált Δt időtartamot N db, olyan nagyon rövid Δt_{pill} időtartamra, amelynél az átlagsebesség már pillanatnyi sebességnek tekinthető! Ekkor



$$\Delta t = N \cdot \Delta t_{\text{pill}}. \qquad (1)$$

A Δt_{pill} időtartamokhoz tartozó elmozdulások az egyenletes mozgás miatt ugyanakkorák, jelölje ezek nagyságát Δr_{pill}! Az egyenes pálya miatt irányuk is azonos, ezért együttes hosszúságuk éppen a vizsgált Δr elmozdulás nagyságával egyenlő. Képlettel:



$$\Delta r = N \cdot \Delta r_{\text{pill}}. \qquad (2)$$

Az (1) és (2) összefüggést felhasználva írjuk fel a Δr elmozdulás és az ennek megtételéhez szükséges Δt időtartam hányadosát, majd egyszerűsítsünk N-nel:

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{N \cdot \Delta r_{\text{pill}}}{N \cdot \Delta t_{\text{pill}}} = \frac{\cancel{N} \cdot \Delta r_{\text{pill}}}{\cancel{N} \cdot \Delta t_{\text{pill}}} = \frac{\Delta r_{\text{pill}}}{\Delta t_{\text{pill}}} = v\,.$$

(Az utolsó lépésnél felhasználtuk, hogy a nagyon rövid időtartamhoz tartozó Δr_{pill} elmozdulás és a Δt_{pill} időtartam hányadosa éppen a v pillanatnyi sebességgel egyenlő.) Az így kapott összefüggés elejét és végét felírva:

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v. \qquad (3)$$

Egyenes vonalú, egyenletes mozgásnál a pillanatnyi sebesség nagysága állandó, azaz

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v = \text{állandó}.$$

Mivel a Δr és a Δt hányadosa állandó, tehát a két mennyiség egyenesen arányos egymással. Ez azt jelenti, hogy *egyenes vonalú, egyenletes mozgásnál az elmozdulás nagysága egyenesen arányos az elmozdulás időtartamával*.

A (3) összefüggésből levezethető egy olyan összefüggés is, amely megadja, hogy mekkora a v sebességű, egyenes vonalú, egyenletes mozgást végző test elmozdulása Δt idő alatt. Ehhez a Δr elmozdulás kellene a bal oldalon, de a Δt-vel történő osztás nélkül. A Δt-vel történő osztást a Δt-vel történő szorzás „ellensúlyozza”, ezért a mérlegelvet alkalmazva az összefüggés mindkét oldalát megszorozzuk a Δt időtartammal:

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} \cdot \Delta t = v \cdot \Delta t.$$

A bal oldalon így Δt-vel egyszerűsíthetünk:

$$\frac{\Delta r}{\cancel{\Delta t}} \cdot \cancel{\Delta t} = v \cdot \Delta t,$$

Eszerint, *ha egy test v sebességgel, egyenes vonalú, egyenletes mozgással halad, akkor a Δt időtartam alatti elmozdulása:*

$$\Delta r = v \cdot \Delta t.$$

A mozgások leírása című fejezetből tudjuk, hogy ha a test egyenes pályán, végig ugyanabba az irányba halad, akkor az út és az elmozdulás hossza ugyanakkora. A $\Delta r = v \cdot \Delta t$ összefüggésben ezért a Δr helyére s írható, így, *ha egy test v sebességgel, egyenes vonalú, egyenletes mozgással halad, akkor a Δt időtartam alatt megtett útja:*

$$s = v \cdot \Delta t. \qquad (4)$$

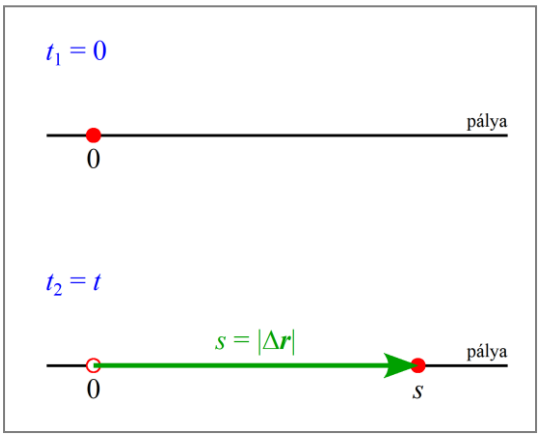
A korábbi (3) összefüggésbe a Δr helyére ugyancsak s írható! Ekkor

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{s}{\Delta t} = v = \text{állandó}\,.$$

Eszerint *egyenes vonalú, egyenletes mozgásnál az út egyenesen arányos az út megtételéhez szükséges idővel*, hiszen hányadosuk állandó.

Ha az időt akkor kezdjük mérni, amikor a test a vizsgált útszakasz kezdőpontján halad át, és a végponton történő áthaladás a t időpontban történik, akkor $t_1 = 0$ és $t_2 = t$, így

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t - 0 = t.$$



Ezt a (4) összefüggésbe beírva:

$$s = v \cdot \Delta t = v \cdot t,$$

azaz

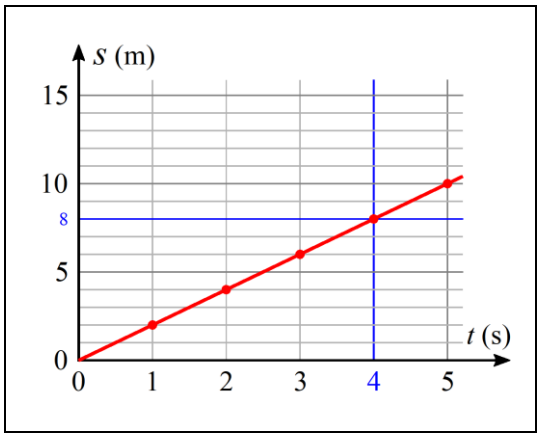
$$s = v \cdot t.$$

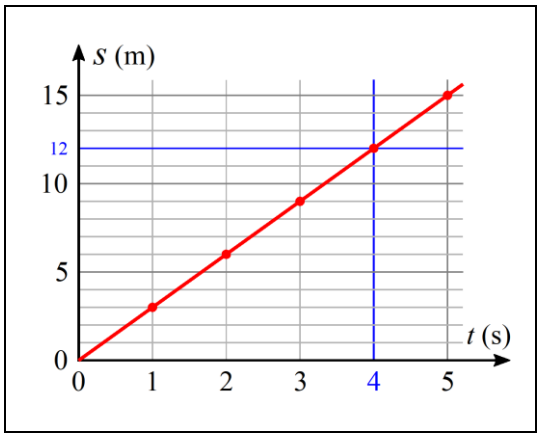
Ennek alapján megrajzolható *az egyenes vonalú, egyenletes mozgás út–idő grafikonja*. Például egy 2 m/s, illetve egy 3 m/s sebességű, egyenes vonalú, egyenletes mozgást végző testnél az előbbi $s = v \cdot t$ képlet alapján kiszámítottuk, hogy 1, 2, 3, 4 és 5 másodperc alatt mekkora utakat tesznek meg. A kapott adatokat táblázatba foglaltuk.

t (s)	1	2	3	4	5
s (m)	2	4	6	8	10

t (s)	1	2	3	4	5
s (m)	3	6	9	12	15

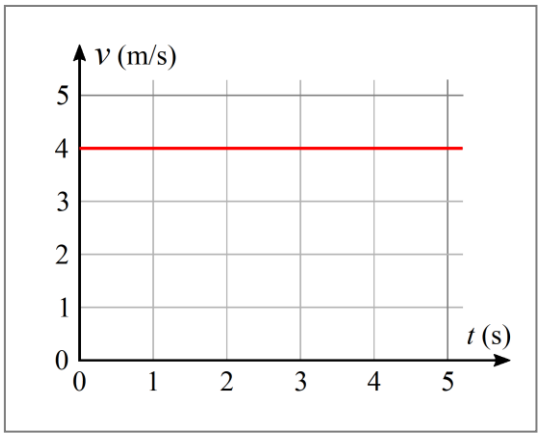
A táblázatok adatai alapján megrajzolható a két mozgás út–idő grafikonja. A táblázatok adatait jelző pontok a grafikonokon egy-egy egyenes mentén helyezkednek el, ezeket az egyeneseket is megrajzoltuk. Megfigyelhető, hogy a nagyobb sebességű mozgáshoz tartozó egyenes meredekebb.





A függvénygörbék azért egyenesek, mert *egyenes vonalú, egyenletes mozgásnál* az út és az idő között egyenes arányosság van, és (a matematikából tanultakkal összhangban) az *egyenes arányosságot ábrázoló grafikonon a függvénygörbe egy origón áthaladó egyenes*.

A grafikonokról szintén leolvashatók adatok. Például 4 másodperc alatt az első test 8 méter, a második 12 méter utat tett meg. (Kék színnel jelölve.) A grafikonok alapján az is megállapítható, hogy például 6 méter megtételéhez az első testnek 3 másodperc, a másodiknak 2 másodperc időre volt szüksége. (Ez nincs jelölve a rajzokon.)



Ha egy test v sebességű, egyenes vonalú, egyenletes mozgással halad, akkor a mozgás *sebesség–idő grafikonján* a függvénygörbe egy olyan egyenes lesz, amely az időtengellyel párhuzamos, és a sebességtengelyt a v értéknél metszi. A rajzon például egy 4 m/s sebességű, egyenes vonalú, egyenletes mozgás sebesség–idő grafikonja látható. Az időtengellyel párhuzamos függvénygörbe azt jelzi, hogy a sebesség minden időpontban ugyanakkora nagyságú (most 4 m/s).

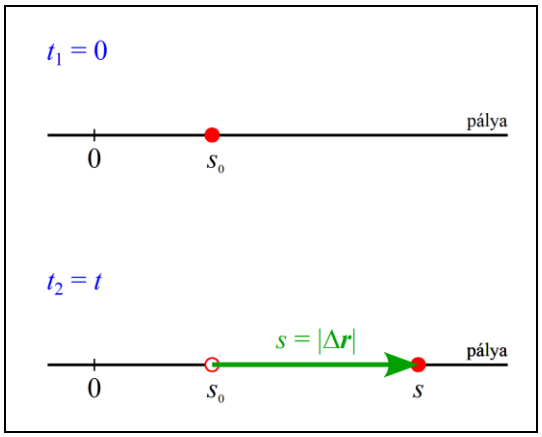
Kiegészítések

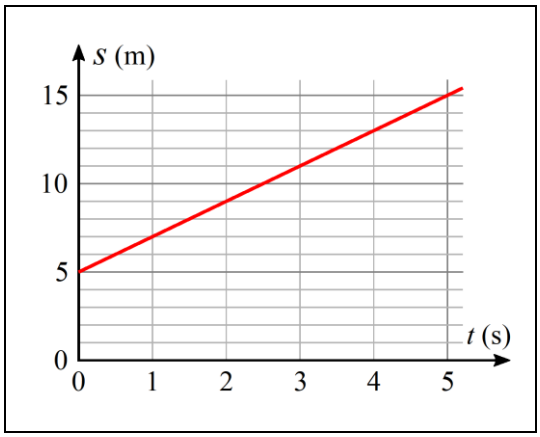
1. Az egyenes vonalú, egyenletes mozgást bemutató három videó itt érhető el:

- *Lego-mozdony egyenletes mozgása*: www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm1.html#116
- *Lego-mozdony út–idő grafikonja*: www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm1.html#117
- *Lift egyenletes mozgása*: www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm1.html#118

2. A *Mikola-cső* elnevezés *Mikola Sándor* (1871–1945) magyar fizikatanár, akadémikus nevét őrzi, aki az egyenletes mozgás szemléltetéséhez fejlesztette ki ezt az eszközt. Mikola Sándor a budapesti *Fasori Evangélikus Gimnázium* tanáraként több neves tudóst tanított (pl. *Neumann János*, *Wigner Jenő*).

3. Az út–idő grafikon függvénygörbéje akkor is egyenes lesz, ha az egyenletesen mozgó test az időmérés kezdetekor a kezdőponttól s_0 távolságban van. Ilyenkor azonban az egyenes nem megy át az origón, hanem s_0 értéknél metszi az úttengelyt (s tengelyt).





Például a rajz szerint a test a $t = 0$ időpontban 5 méterre van a vizsgált útszakasz kezdőpontjától ($s_0 = 5$ m). Ez látható a grafikonon is: a függvénygörbe 5 méternél metszi az úttengelyt.

4. Láttuk, hogy a sebesség–idő grafikonon a függvénygörbe (egyenes) meredekségét a sebesség határozza meg. Például az előző pontban szereplő 2 m/s sebességnél az 1 másodperc alatt megtett út a (4) összefüggés alapján

$$s = v \cdot \Delta t = 2\ \frac{\text{m}}{s} \cdot 1\ \text{s} = 2\ \text{m}$$

nagyságú. Emiatt a test minden másodpercben 2 méterrel távolabb kerül az indulási helyétől. Mivel a test most az $s_0 = 5$ m helyről indult, ezért az első másodperc végén 7 méterre, a második másodperc végén 9 méterre stb. lesz a vizsgált útszakasz kezdőpontjától. Ez az előző pontban látható grafikonon is ellenőrizhető.

Példák

1. Egy vonat 32 m/s állandó sebességgel halad egy egyenes pályán. Mennyi utat tesz meg 1 perc alatt?

Megoldás

$v = 32\ \text{m/s}$

$\Delta t = 1\ \text{min} = 60\ \text{s}$

$s = ?$

A vonat egyenes vonalú, egyenletes mozgást végez, a megtett út a (3) képlet alapján:

$$s = v \cdot \Delta t = 32\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60\ \text{s} = 1920\ \text{m}.$$

2. Egy lift 0,8 m/s sebességgel egyenletesen halad. Mennyi idő alatt jut fel a 30 méter magasan lévő 10. emeletre?

Megoldás

$v = 0{,}8\ \text{m/s}$

$s = 30\ \text{m}$

$\Delta t = ?$

A lift egyenes vonalú, egyenletes mozgással halad. A megtett út a (3) összefügés szerint:

$$s = v \cdot \Delta t.$$

Ebből a Δt időtartamot kell kiszámítani, de az nem önállóan szerepel a képletben, hanem meg van szorozva v-vel. A v-vel való szorzást a v-vel való osztás „kiegyenlíti”, ezért a *mérlegelvet* alkalmazva osszuk el mindkét oldalt v-vel, majd egyszerűsítsünk!

$$\frac{s}{v} = \frac{v \cdot \Delta t}{v},$$

$$\frac{s}{v} = \frac{\cancel{v} \cdot \Delta t}{\cancel{v}},$$

$$\frac{s}{v} = \Delta t.$$

A két oldalt felcserélve, és az ismert adatokat behelyettesítve:

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{30\ \text{m}}{0{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 37{,}5\ \text{s}.$$

A mértékegység kiszámításakor a métert kellett egy törttel (m/s) osztani. Matematikából tudjuk, hogy a méter törttel történő osztása úgy is elvégezhető, hogy a métert a tört reciprokával (s/m) szorozzuk. Képlettel:

$$\frac{\mathrm{m}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \mathrm{m} \cdot \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}} = \cancel{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{s}}{\cancel{\mathrm{m}}} = \mathrm{s}.$$

Az így kapott mértékegység (másodperc) megfelel annak, hogy időtartamot kellett kiszámítani.

3. Két test egymástól 4 méter távolságban van, és ugyanazon egyenes mentén, egyenletes mozgással, ugyanabba az irányba haladnak. Az elől lévő test sebessége 2 m/s, a hátrábbról indulóé 3 m/s. Mennyi idő múlva éri utol a második test az elsőt?

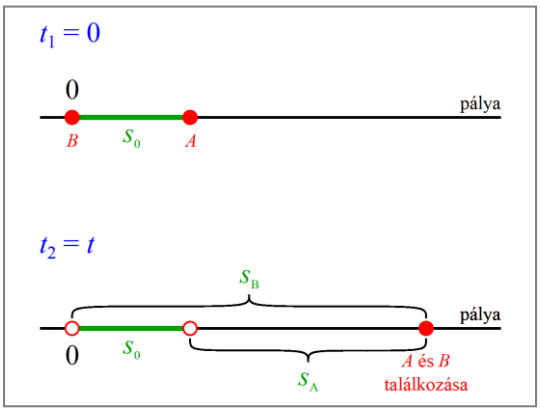
A) megoldás:

$$v_\mathrm{A} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_\mathrm{B} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$s_0 = 4\ \mathrm{m}$$

$$\Delta t = ?$$



Az indulástól a találkozásig megtett utakat jelöljük s_A-val és s_B-vel! Az első test a találkozásig 4 méterrel rövidebb utat tesz meg, tehát

$$s_\mathrm{A} < s_\mathrm{B}.$$

Ha azonban az s_A úthoz hozzáadjuk ezt a 4 métert (s_0 távolságot), akkor egyenlőséget kapunk:

$$s_0 + s_\mathrm{A} = s_\mathrm{B}.$$

Az indulástól a találkozásig eltelt Δt időtartam alatt megtett utak a (3) képlet alapján:

$$s_\mathrm{A} = v_\mathrm{A} \cdot \Delta t, \qquad \text{illetve} \qquad s_\mathrm{B} = v_\mathrm{B} \cdot \Delta t.$$

Ezeket az előző, $s_0 + s_\mathrm{A} = s_\mathrm{B}$ egyenletbe beírva:

$$s_0 + v_\mathrm{A} \cdot \Delta t = v_\mathrm{B} \cdot \Delta t.$$

Ebben az egyenletben csak a Δt *időtartam az ismeretlen*, ezt kell meghatározni. A Δt azonban mindkét oldalon szerepel, ezért el kell érni, hogy csak az egyik oldalon

forduljon elő. Ha például a *mérlegelvet* alkalmazva mindkét oldalból kivonjuk a bal oldalon található, ismeretlent tartalmazó $v_A \cdot \Delta t$ kifejezést, akkor már csak a jobb oldalon marad ismeretlen. Részletesen:

$$s_0 + v_A \cdot \Delta t = v_B \cdot \Delta t, \qquad /-v_A \cdot \Delta t$$

$$s_0 + \underbrace{v_A \cdot \Delta t - v_A \cdot \Delta t}_{0} = v_B \cdot \Delta t - v_A \cdot \Delta t,$$

$$s_0 = v_B \cdot \Delta t - v_A \cdot \Delta t,$$

A jobb oldalt átalakítva:

$$s_0 = (v_B - v_A) \cdot \Delta t.$$

Az ismeretlen Δt így csak egyszer fordul elő, de nem önállóan, hanem a $v_B - v_A$ kifejezéssel megszorozva. Ezért mindkét oldalt osztva ezzel a $v_B - v_A$ kifejezéssel, majd egyszerűsítve, a jobb oldalon csak a keresett ismeretlen marad:

$$s_0 = (v_B - v_A) \cdot \Delta t, \qquad /:(v_B - v_A)$$

$$\frac{s_0}{v_B - v_A} = \frac{(v_B - v_A) \cdot \Delta t}{v_B - v_A},$$

$$\frac{s_0}{v_B - v_A} = \frac{\cancel{(v_B - v_A)} \cdot \Delta t}{\cancel{v_B - v_A}},$$

$$\frac{s_0}{v_B - v_A} = \Delta t.$$

A két oldalt felcserélve és a kapott képletbe az ismert adatokat behelyettesítve a keresett Δt időtartam kiszámítható:

$$\Delta t = \frac{s_0}{v_B - v_A} = \frac{4\ \text{m}}{3\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{4\ \text{m}}{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4\ \text{s}.$$

B) megoldás:

Viszonyítsuk a mozgásokat az első testhez rögzített vonatkoztatási rendszerhez! Ebben a rendszerben az első test nem mozog. A második test sebessége 1 m/s, és ezzel a sebességgel 4 méter utat kell megtennie a találkozásig. Ennek alapján:

$s = 4$

$v = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\Delta t = ?$

A (3) összefüggés szerint:

$$s = v \cdot \Delta t.$$

Ebből a keresett Δt időtartam (a 2. feladatban látott módon) meghatározható:

$$s = v \cdot \Delta t \qquad /: v$$

$$\frac{s}{v} = \frac{v \cdot \Delta t}{v},$$

$$\frac{s}{v} = \frac{\cancel{v} \cdot \Delta t}{\cancel{v}},$$

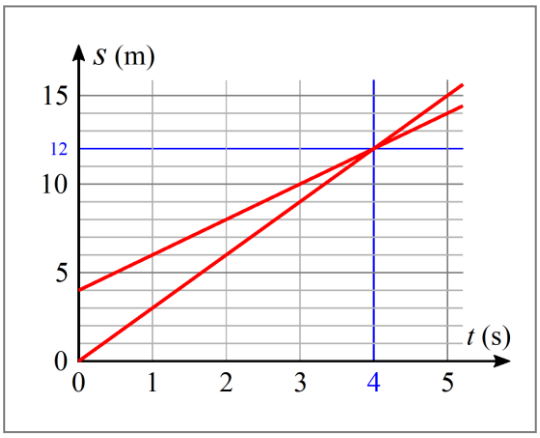
$$\frac{s}{v} = \Delta t.$$

A két oldalt felcserélve, és az ismert adatokat behelyettesítve:

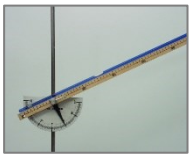
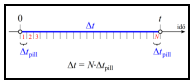
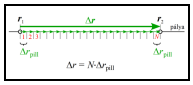
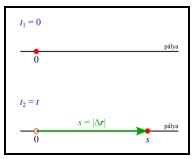
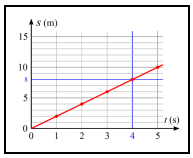
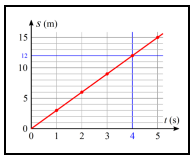
$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{4\ \text{m}}{1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4\ \text{s}.$$

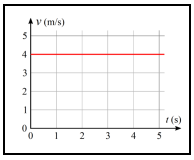
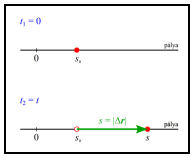
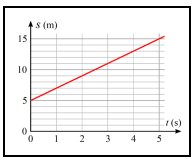
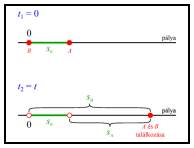
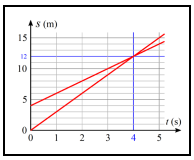
C) megoldás:

Ábrázoljuk *közös út–idő grafikonon* a két test mozgását! A grafikonról leolvasható, hogy a két test $t = 4\ \text{s}$ időpontban ugyanazon a helyen lesz, tehát a második test ekkor éri utol az elsőt. Az is leolvasható, hogy a találkozásig az első (lassabb) test 8 méter, a második (gyorsabb) test 12 méter utat tesz meg.



Képek jegyzéke

	**Lift** © http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0059.png *Kapcsolódó videó:* © https://www.youtube.com/watch?v=ls2xDrGKQc4
	**Játékmozdony** © http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0060.jpg *Kapcsolódó videó:* © https://www.youtube.com/watch?v=ODE1oLJITFk
	**Mikola-cső** © https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0003.jpg
	**A Δt időtartam felosztása N egyenlő részre** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a019.svg
	**A Δr elmozdulás felosztása a Δt_{pill} időtartamokhoz tartozó Δr_{pill} részekre** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a020.svg
	**A test helyzete a Δt időtartam kezdetén és végén $(s_0 = 0)$** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a021.svg
	**Egyenletes mozgás út–idő grafikonja (1.)** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a022.svg
	**Egyenletes mozgás út–idő grafikonja (2.)** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a023.svg

	**Egyenletes mozgás sebesség–idő grafikonja** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a024.svg
	**A test helyzete a Δt időtartam kezdetén és végén $(s_0 \neq 0)$** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a025.svg
	**Egyenletes mozgás út–idő grafikonja (3.)** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a026.svg
	**A két test helyzete a Δt időtartam kezdetén és végén** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a027.svg
	**Két egyenletes mozgás közös út–idő grafikonja** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/a028.svg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.