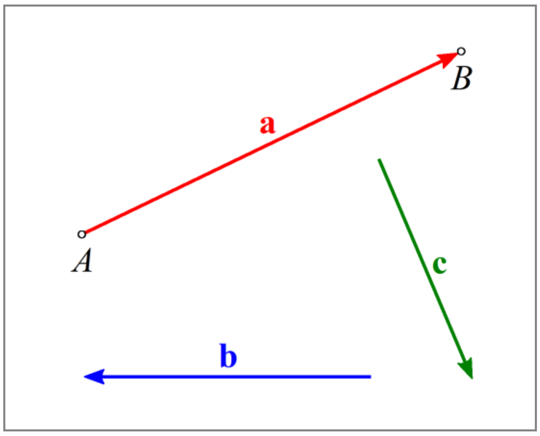
A vektorok

Vannak olyan mennyiségek, amelyeket egyetlen számérték és a mértékegység egyértelműen meghatároz. Az ilyen mennyiségeket skalármennyiségnek nevezzük. Skalármennyiség például a hosszúság, a terület, a térfogat és a hőmérséklet.

Vannak azonban olyan mennyiségek is, amelyeket nem lehet egyértelműen megadni a nagyságuk segítségével. Ha a labdarúgópályán középkezdésnél a játékos a labdát 5 méterrel arrébb rúgta, még nem tudjuk megmondani, hogy hova került, mert ahhoz azt is tudni kellene, hogy milyen irányú volt a labda elmozdulása. *Az olyan mennyiséget, amelynél a nagyság mellett az iránynak is szerepe van, vektormennyiségnek nevezzük.* Vektormennyiség például az elmozdulás, a sebesség és az erő.

A fizikában gyakran van szükség a vektorokra, ezért ebben a fejezetben röviden, bizonyítások nélkül összefoglaljuk a rájuk vonatkozó leglényegesebb ismereteket.



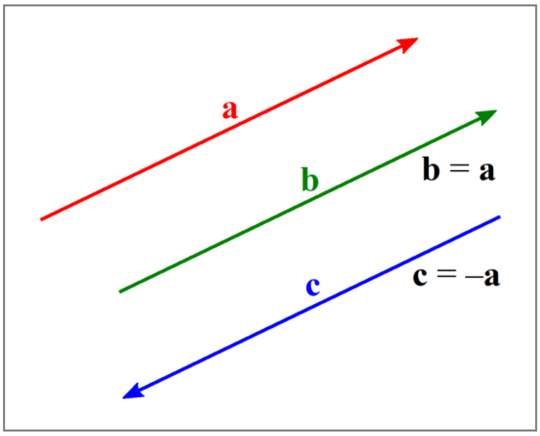
Az irányított egyenes szakaszt vektornak nevezzük. A vektort grafikusan nyíllal ábrázoljuk, a nyíl iránya jelzi a vektor irányát. A vektorokat a továbbiakban vastagon szedett kisbetűkkel jelöljük: **a**, **b**, **c** stb. A vastagbetűs írásmód helyett szokásos jelölés lehet az is, hogy az adott betűt aláhúzzuk, vagy egy nyilat rajzolunk föléje. Az **a** jelölés helyett például (főleg kézírásban) használhatjuk az $\underline{a}$ és az $\vec{a}$ jelöléseket is. Jelölhetjük úgy is a vektorokat, hogy a kezdő- és végpontjukat jelölő, egymás mellé írt két nagybetű fölé egy olyan nyilat rajzolunk, amely a végpontot jelölő betű felé mutat: $\overrightarrow{AB}$.

A vektor nagyságát a vektor abszolútértékének nevezzük. Az **a** vektor abszolútértékét $|\mathbf{a}|$-val jelöljük, de használják még az a, $|\underline{a}|$, $|\vec{a}|$és $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ jelöléseket is. *Az olyan vektort, amelynek abszolútértéke (nagysága) nulla, nullvektornak nevezzük.* A nullvektor jele **0**. A nullvektor kezdő- és végpontja egybeesik. (A nullvektor iránya ezért nem meghatározott.)

Ha a két vektornak a nagysága egyenlő, de irányuk eltérő, akkor a két vektort különbözőnek tekintjük. Például a lenti rajzon az **a** és **c** vektorok különbözőek.

Két vektort akkor tekintünk azonosnak, ha nagyságuk és irányuk is megegyezik. Például a rajzon az **a** és **b** vektor azonos (egyenlő), azaz

$$\mathbf{a} = \mathbf{b}.$$

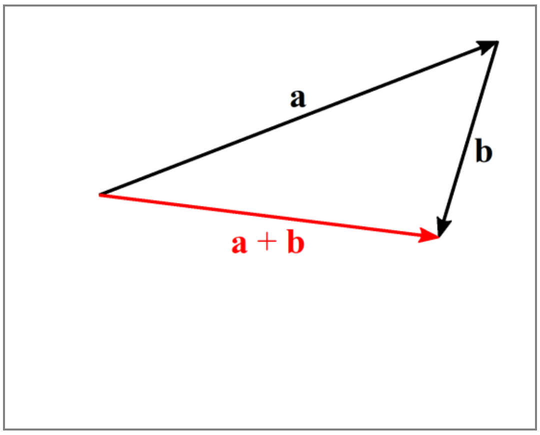


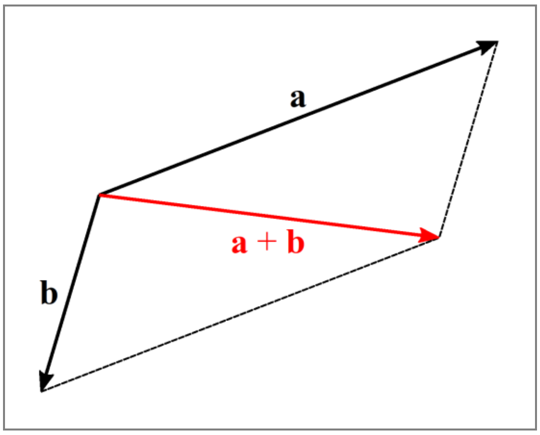
*Az **a** vektor ellentettjének nevezzük azt a vektort, amely **a**-val azonos nagyságú, de iránya ellentétes vele.* Az **a** vektor ellentettjének jele **–a.** Például a rajzon az **a** és **c** vektorok egymás ellentettjei, azaz

$$\mathbf{c} = -\mathbf{a} \qquad \text{és} \qquad \mathbf{a} = -\mathbf{c}.$$

Az **a** és **b** *vektorok összeadását* **a** + **b**-vel jelöljük. A művelet eredménye egy vektor lesz, amely szerkesztéssel, illetve számítással is meghatározható.

A két vektor összeadásához az első vektor végpontjából kiindulva felrajzoljuk a második vektort. Az összegvektor az első vektor kezdőpontjából a második vektor végpontjába mutató vektor. Ezt az eljárást *háromszögmódszernek* nevezzük.



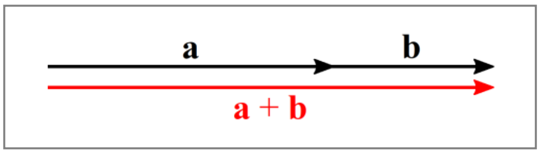


Ha a két vektor nem párhuzamos és nem esnek egy egyenesbe se, akkor összeadásukat úgy is elvégezhetjük, hogy közös kezdőpontból kiindulva rajzoljuk fel őket, majd mindkét vektor végpontján át egy-egy párhuzamost rajzolunk a másik vektorral. Ezek az egyenesek metszik egymást. Az összegvektor a közös kezdőpontból ebbe a metszéspontba mutató vektor lesz. Ez az eljárás a *paralelogramma-módszer*.

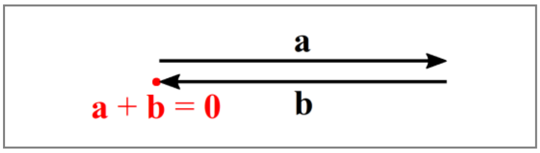
Igazolható, hogy a paralelogramma-módszer ugyanazt az összegvektort eredményezi, mint a háromszögmódszer. A háromszögmódszer azonban párhuzamos, illetve közös egyenesbe eső vektoroknál is használható.

A vektorok összegét számítással a háromszögmódszerből kiindulva határozhatjuk meg. Ez általános esetben bonyolult lehet, ezért csak néhány speciális esettel foglalkozunk:

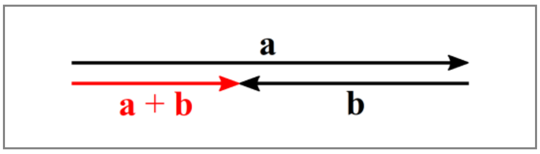
Ha az összeadandó vektorok *azonos irányúak*, akkor az összegvektor nagysága megegyezik a két vektor nagyságának összegével, és iránya ugyanolyan, mint az összeadandó vektoroké.



Ha az összeadandó vektorok *azonos nagyságúak és ellentétes irányúak*, akkor az összegvektor nullvektor.



Ha az összeadandó vektorok *különböző nagyságúak és ellentétes irányúak*, akkor az összegvektor nagysága akkora, mint a két vektor nagyságának különbsége, iránya pedig megegyezik a nagyobb vektor irányával.



Igazolható, hogy két vektor összeadása *felcserélhető* (*kommutatív*) művelet, azaz

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}.$$

Bebizonyítható az is, hogy több vektor összeadása tetszőlegesen csoportosítható, azaz a vektorösszeadás *csoportosítható* (*asszociatív*) művelet.

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$$

Mindezek miatt a vektorok összeadását tetszőleges sorrendben végezhetjük el.

Kiegészítés

A vektorokkal kapcsolatosan további információk találhatók a *középiskolásoknak szóló* részben, a *Skalármennyiségek, vektormennyiségek. Vektorműveletek* című fejezetében.

Képek jegyzéke