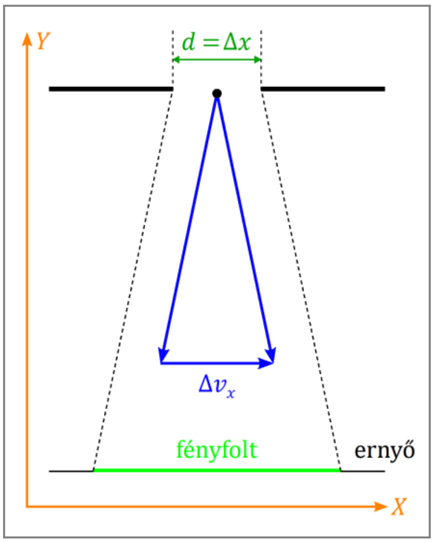
A határozatlansági törvény



Elemezzük a következő *elvi kísérletet*! Egy keskeny, *d* szélességű résen *v* sebességű elektronokat bocsátunk keresztül, amelyek egy fluoreszkáló ernyőre érkeznek. A becsapódó elektronok az ernyőn egy fényfoltot hoznak létre. Vizsgáljuk meg *a résen átjutott elektronok helyét és lendületét* közvetlenül a résen történő áthaladás után! A résen átjutott elektronok helyét nem ismerjük pontosan, mert az elekron a résen bárhol átjuthatott. A helymeghatározás bizonytalansága tehát megegyezik a rés szélességével. A helymeghatározás bizonytalanságát Δx-szel jelölve:

$$\Delta x = d.$$

Az elektronok eredeti (rés előtti) sebessége a gyorsításukhoz használt feszültség ismeretében kiszámítható. A résen áthaladó elektronok azonban elhajlanak, így az ernyőn keletkező fényfolt mérete nagyobb, mint a rés szélessége. A résen történő áthaladás közben tehát az elektron sebessége megváltozik. Jelölje a rajznak megfelelően a sebességmeghatározás bizonytalanságát Δv_x! A lendületmeghatározás bizonytalansága ennek alapján:

$$\Delta I_x = m \cdot \Delta v_x.$$

A helymeghatározás bizonytalansága, azaz Δx csökkenthető a rés szűkítésével. A szűkebb nyíláson azonban az elektron jobban elhajlik, emiatt a sebességmeghatározás bizonytalansága megnő. Emiatt pedig növekszik a lendületmeghatározás bizonytalansága is. *A helymeghatározás bizonytalanságának csökkentése tehát a lendületmeghatározás bizonytalanságának a növekedését okozza.*

A lendületmeghatározás bizonytalansága az elhajlás csökkentésével érhető el, ehhez növelni kell a rés szélességét. Ekkor viszont megnövekszik a helymeghatározás bizonytalansága. *A lendületmeghatározás bizonytalanságának csökkentése tehát a helymeghatározás bizonytalanságának a növekedését okozza.*

Igazolható, hogy a helymeghatározás bizonytalansága és a lendületmeghatározás bizonytalansága fordítottan arányos egymással, azaz szorzatuk állandó. Képlettel:

$$\Delta x \cdot \Delta I_x = \text{állandó}.$$

Hasonló összefüggéshez lehet jutni más problémák vizsgálata kapcsán is. Ezek alapján megfogalmazható *a Heisenberg-féle határozatlansági törvény: A részecskék helye és lendülete nem határozható meg egyidejűleg tetszőleges pontossággal. A hely és a lendület bizonytalanságának a szorzata nem lehet kisebb, mint* $h/(4 \cdot \pi)$. Képlettel:

$$\Delta x \cdot \Delta I_x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi}.$$

A képletben h a Planck-állandó.

Ez az összefüggés elvi korlátot jelent a két mennyiség egyidejű mérésére, és nem a mérőeszköz pontatlanságából adódik. Azt az alapvető tényt fejezi ki, hogy a klasszikus fizikában megszokott hely- és lendületadatok csak korlátozottan alkalmasak a részecskék állapotának leírására.

A határozatlansági törvény elvileg makroszkopikus testekre is érvényes. A nagyobb tömeg miatt azonban a törvényből adódó bizonytalanság olyan kicsi, hogy figyelmen kívül hagyható. (Részletesen a *Kiegészítésekben*.) Makroszkopikus testeknél tehát gyakorlatilag pontosan meghatározható egy adott pillanatban a test helye és lendülete (sebessége). Emiatt *makroszkopikus testeknél a klasszikus newtoni mechanika továbbra is használható.*

Kiegészítések

1. A határozatlansági törvényt elméleti megfontolások alapján Werner *Heisenberg* (1901–1976) német fizikus fogalmazta meg 1927-ben. Emiatt a törvényt Heisenberg-féle határozatlansági törvénynek is nevezik. Kvantummechanikai kutatásaiért Heisenberg 1932-ben fizikai Nobel-díjat kapott.

2. *Ha a testek tömege állandónak tekinthető*, mert sebességük lényegesen kisebb a fénysebességnél, akkor a határozatlansági törvény bal oldalán a ΔI_x átalakítható:

$$\Delta I_x = \Delta(m \cdot v_x) = m \cdot v_\mathrm{B} - m \cdot v_\mathrm{A} = m \cdot (v_\mathrm{B} - v_\mathrm{A}) = m \cdot \Delta v_x \,.$$

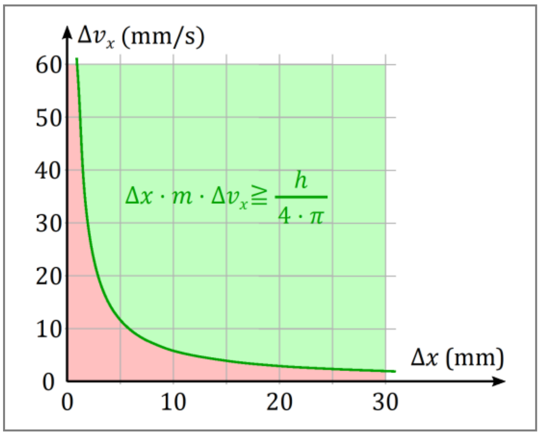
Ezt felhasználva a határozatlansági törvény:

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v_x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi} \,. \tag{1}$$

Az (1) összefüggésből a Δx, illetve a Δv_x is kifejezhető:

$$\Delta x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta v_x} \,, \tag{2}$$

$$\Delta v_x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta x} \,. \tag{3}$$



Az (1) egyenlőtlenség alapján grafikonon ábrázoltuk a hely bizonytalanságának és a sebesség bizonytalanságának kapcsolatát egy *elektron* esetében. (Feltételezve, hogy a sebesség elég kicsi, és így az elektron tömegnövekedése elhanyagolható.) A zöldel jelölt terület pontjainak megfelelő bizonytalanságok megfelelnek a határozatlansági törvénynek, de a hiperbola alatti, pirossal jelölt terület pontjaihoz tartozó bizonytalanságokkal (pontosságokkal) nem határozható meg egyidejűleg az elektron helye és sebessége.

3. *A Föld légkörébe érkező meteorok sebessége* általában 10 ... 70 km/s között van. Ha egy ilyen meteor tömege például 1 gramm, és sebességét 10^{-3} m/s (azaz 7 számjegy) pontossággal ismernénk, akkor a helyét a (2) összefüggés szerint

$$\Delta x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta v_x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot 10^{-3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx$$

$$\approx 5{,}3 \cdot 10^{-29}\ \mathrm{m}$$

bizonytalansággal lehetne meghatározni. Ez nyilván kielégítő pontosság.

4. *Az elektroncsövekben az elektron sebessége* jellemzően $6 \cdot 10^6 \ldots 18 \cdot 10^6$ m/s között van. Ha egy ilyen elekton sebességét 1 m/s (azaz szintén 7 számjegy) pontossággal ismernénk, akkor a helyét a (2) összefüggés szerint

$$\Delta x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta v_x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}}{4 \cdot \pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \approx 5{,}8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} = 0{,}058\ \mathrm{mm}$$

bizonytalansággal lehetne meghatározni. Ez mérnöki, műszaki szempontból még általában elfogadható, de lényegesen nagyobb, mint az előző, meteoros példában.

5. *A hidrogénatom átmérője* 92 pm, ebben az atomban alaphelyzetben egy elektron található. Ha az elektron helyzetéről csupán ennyit tudunk, akkor a helymeghatározás bizonytalansága:

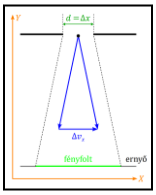
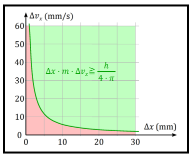
$$\Delta x = 92\ \mathrm{pm} = 9{,}2 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}.$$

Ekkor a sebességének a bizonytalansága a (3) összefüggés szerint

$$\Delta v_x \geqq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta x} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J{\cdot}s}}{4 \cdot \pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}} \approx 630\,000\ \mathrm{m/s}$$

Ez a bizonytalanság túl nagy, és ha az elektron atomon belül elfoglalt helyét is tudni szeretnénk, akkor még nagyobb érték adódna a sebesség bizonytalanságára.

Képek jegyzéke

	**A határozatlansági törvény értelmezéséhez** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0678.svg
	**Heisenberg arcképe (a határozatlansági törvény kidolgozása évében, 1927)** **W** https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Heisenberg_10.jpg
	**A határozatlansági törvény grafikus ábrázolása elektron esetén** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0679.svg
	**Meteor** **W** https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leonid_Meteor.jpg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.