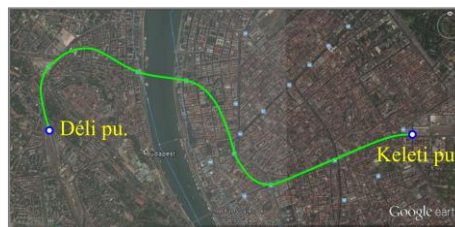


◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

## Az út és az elmozdulás

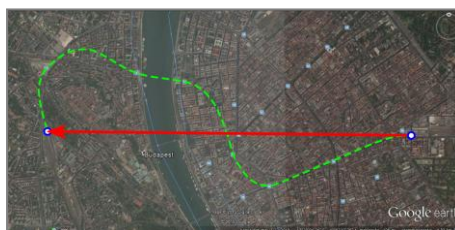
Ha Budapesten a metróval átmegyünk a Keleti pályaudvartól a Déli pályaudvarra, akkor általában nem érdekel bennünket, hogy a metrószerelvény hogyan mozgott, mielőtt felszálltunk rá, illetve hogyan halad, miután leszálltunk róla. A gyakorlatban a testek mozgását többnyire csak a pálya egy részén vizsgáljuk. A *pálya* egy kiválasztott szakaszát *útszakasznak* nevezzük. Az *útszakasz* hosszát *útnak* nevezzük. Az út jele (a latin spatium = tér, köz, távolság szó alapján)  $s$ , mértékegysége a méter. Képlettel:



$$[s] = \text{m}.$$

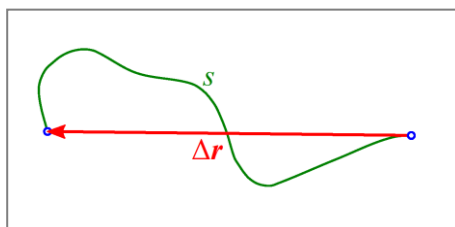
(Az egyszerűbb szóhasználat érdekében gyakran az útszakasz elnevezés helyett is az út kifejezést használjuk. A szövegkörnyezetből azonban általában kiderül, hogy az út szó melyik fogalom megnevezésére szolgál.)

A fenti példában leírt metró utazásnál a mozgás során megtett útszakasz sem a metrókocsiból, sem a föld felszínéről nem látszik, és az utast is általában csak az érdekli, hogy a Keleti pályaudvartól eljusson a Déli pályaudvarra. A csomagküldő szolgáltatokkal szállított



csomag mozgásánál sem lényeges a vevő számára, hogy a csomag milyen útvonalon jut el hozzá, csupán a feladás helye és a szállítási cím számít. Ilyen esetekben a mozgás jellemezhető azzal a vektorral, amely a vizsgált útvonal kezdőpontját és végpontját köti össze.

Az *útszakasz* kezdőpontjából a végpontjába mutató vektort *elmozdulásnak* nevezzük. Az elmozdulás jele  $\Delta r$ , mértékegysége a méter. Képlettel:

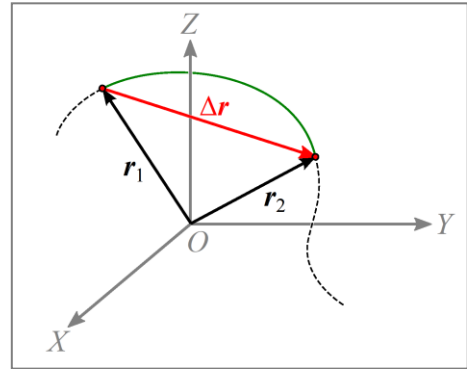


$$[\Delta r] = \text{m}.$$

Ha valaki a metróval a Déli pályaudvartól utazik a Keleti pályaudvarig, akkor az elmozdulása az előbbi példában szereplő utas elmozdulásának éppen az ellentettje (mínusz egyszerese) lesz.

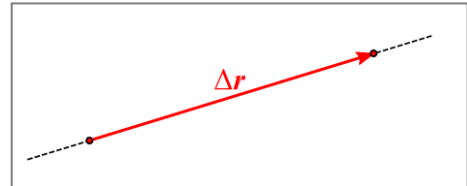
A rajz alapján egyszerűen belátható, hogy az *elmozdulás megegyezik az útszakasz végpontjába és kezdőpontjába mutató helyvektorok különbségével*. A rajz jelöléseit használva, képlettel:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1.$$



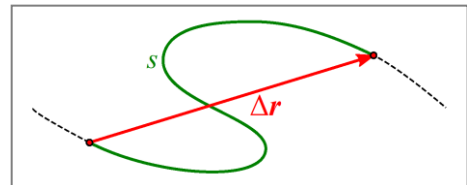
Ha a mozgás pályája (a vizsgált útszakaszon) egyenes, és a test végig ugyanabba az irányba halad, akkor az út és az elmozdulás hossza ugyanakkora, azaz

$$s = |\Delta \mathbf{r}|.$$

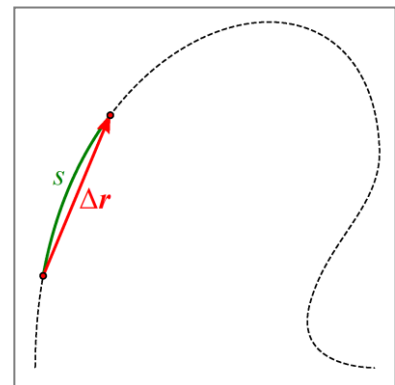
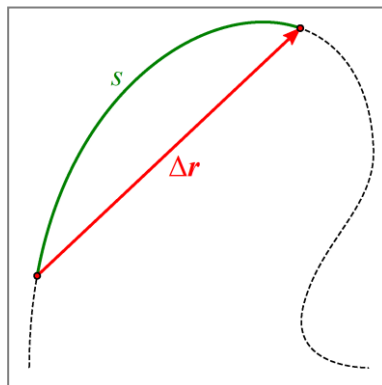
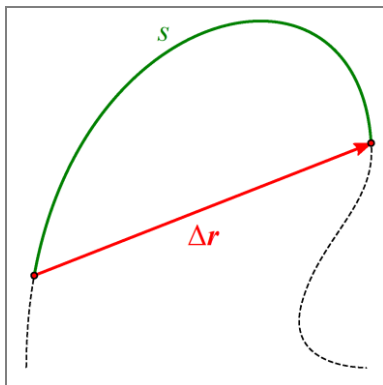


Ha a pálya nem egyenes, akkor az út nagyobb, mint az elmozdulás hossza, azaz

$$s > |\Delta \mathbf{r}|.$$



Az alábbi rajzsorozat alapján belátható, hogy az egyre rövidebb útszakaszok egyre jobban megközelítik az egyenest. Emiatt az út egyre jobban megközelíti az elmozdulás hosszát.



Határesetben, az *elképzelt legrovidebb útszakasznál az út és az elmozdulás hossza ugyanakkora, azaz*

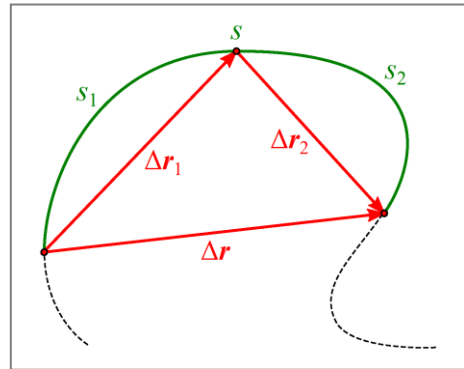
$$s = |\Delta \mathbf{r}|.$$

A rajz alapján belátható, hogy egymáshoz csatlakozó útszakaszoknál a teljes út ugyanakkora, mint az egyes utak összege, azaz

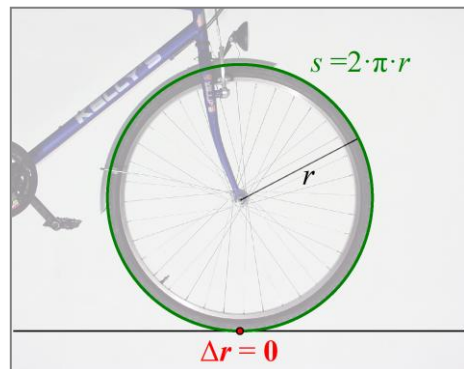
$$s = s_1 + s_2 .$$

A teljes elmozdulás az egyes szakaszokhoz tartozó elmozdulások vektori összegével egyezik meg, azaz

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta \mathbf{r}_1 + \Delta \mathbf{r}_2 .$$



Mivel a mozgás és a nyugalom viszonylagos, ezért az út és az elmozdulás is függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától. Például az egyenes vonalú mozgást végző kerékpár kerekének kerületén kiválasztott pont körmozgást végez a kerékpár vázához viszonyítva. Ez a pont egy fordulat alatt a kerék kerületének megfelelő utat tesz meg és közben visszajut a kiindulási helyzetbe.



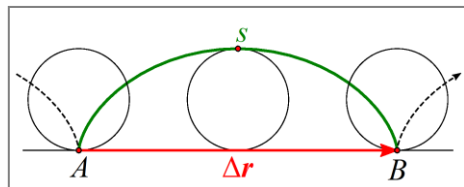
A megtett út és az elmozdulás nagysága tehát:

$$s = 2 \cdot \pi \cdot r ,$$

illetve

$$|\Delta \mathbf{r}| = 0 .$$

A talajhoz képest azonban ez a pont bonyolult, úgynevezett cikloispályán mozog. Mialatt a kerék végiggördül az a  $AB$  szakaszon, a kerék kiválasztott pontja az  $A$ -ból  $B$ -be kerül. A kiválasztott pont



elmozdulásának nagysága így ugyanakkora, mint a kerék kerülete. Eközben azonban a kiválasztott pont a ciklois  $A$  és  $B$  közé eső szakaszán mozog. Igazolható, hogy ennek az ívnek a hossza a kör sugarának nyolcszorosa. A megtett út és az elmozdulás nagysága tehát:

$$s = 8 \cdot r ,$$


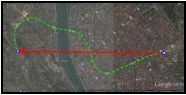
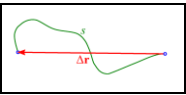
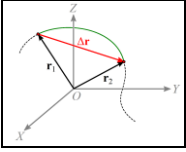
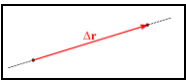
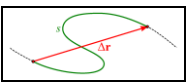
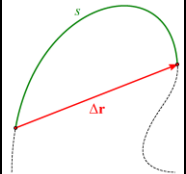
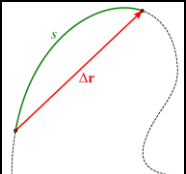
illetve

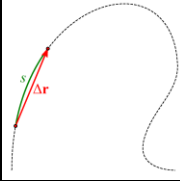
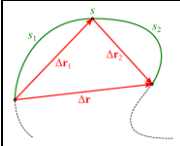
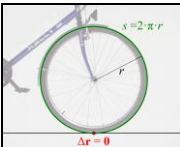
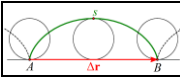
$$|\Delta \mathbf{r}| = 2 \cdot \pi \cdot r .$$

## Kiegészítés

1. Az elmozdulásvektor  $\Delta \mathbf{r}$  (kimondva: delta-er) jelölésében a  $\Delta$  a *delta* nevű görög betű nagybetűs változata, amellyel a görögben a „d” hangot jelölik. A fizikában és a matematikában ezzel jelöljük az utána álló mennyiség különbségét, illetve változását. Latinul ugyanis a különbség *differentia*, ennek kezdőbetűjére utal a „d” hangot jelölő  $\Delta$ . Mivel az elmozdulásvektor az  $\mathbf{r}_2$  és  $\mathbf{r}_1$  helyvektorok különbsége, ezért logikus a  $\Delta \mathbf{r}$ -rel történő jelölése.

## Képek jegyzéke

	<p><b>A metró útja a Keleti pályaudvartól a Déli pályaudvarig</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0002.png">http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0002.png</a>          © Háttérkép: <i>GoogleEarth</i></p>
	<p><b>A metró elmozdulása a Keleti pályaudvartól a Déli pályaudvarig</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0003.png">http://www.fizikakonyv.hu/fotok/0003.png</a>          © Háttérkép: <i>GoogleEarth</i></p>
	<p><b>Út és elmozdulás</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0024.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0024.svg</a></p>
	<p><b>Az elmozdulás, mint a helyvektorok különbsége</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0025.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0025.svg</a></p>
	<p><b>Az elmozdulás egyenes vonalú mozgásnál</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0026.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0026.svg</a></p>
	<p><b>Az elmozdulás görbe vonalú mozgásnál</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0027.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0027.svg</a></p>
	<p><b>Az út és az elmozdulás kapcsolata (1.)</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0028.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0028.svg</a></p>
	<p><b>Az út és az elmozdulás kapcsolata (2.)</b></p> <p>© <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0029.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0029.svg</a></p>

	<p><b>Az út és az elmozdulás kapcsolata (3.)</b>  © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0030.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0030.svg</a></p>
	<p><b>Az út és az elmozdulás összegzése</b>  © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0031.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0031.svg</a></p>
	<p><b>Az út és az elmozdulás körmozgásnál, a vázhoz viszonyítva</b>  © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0032.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0032.svg</a></p>
	<p><b>Az út és az elmozdulás körmozgásnál, a talajhoz viszonyítva</b>  © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0033.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0033.svg</a></p>

**Jelmagyarázat:**

- © **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.